

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE**

**OPTION ECONOMIE**

**EPREUVE D'ORDRE GENERAL**

**DUREE : 4 HEURES**

*Les candidats traiteront l'un des trois sujets suivants au choix.*

**SUJET n° 1**

Expliquer et commenter ce proverbe «FANG» du Gabon :

**«La vie est une branche de palmier que les vents inclinent à leur gré»**

**SUJET n° 2**

En cette période où l'on parle de famines dans plusieurs pays du continent africain que signifie ce proverbe «Bariba» du Bénin ?

**«Celui qui est rassasié ne sait pas qu'un autre a faim»**

Est-ce qu'il est compris dans notre monde actuel ?

**SUJET n° 3**

Est-il toujours possible d'appliquer à la lettre ce proverbe «Baoulé» ?

**«Il faut dire la vérité même si elle rougit les pupilles, elle ne les crève pas»**

Expliquer à l'aide d'exemples précis.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE**

**OPTION ECONOMIE**

**EPREUVE D'ECONOMIE**

**DUREE : 4 HEURES**

*Les candidats devront traiter au choix l'un des deux sujets suivants :*

**SUJET n° 1**

La théorie du commerce international sert en grande partie de fondement aux défenseurs du libre échange et de la mondialisation. Après avoir rappelé en détail les théories classiques et néoclassiques du commerce international, vous êtes invités à montrer en quoi les approches plus récentes, basées sur la concurrence imparfaite, légitiment au contraire certaines formes de protection et de politique commerciale active dans les économies en développement.

**SUJET n° 2**

Les récentes crises de balance de paiement dans les économies émergentes ont relancé les réflexions sur le choix des régimes de change. Dans un premier temps, il vous est demandé d'exposer leur principe et leur fonctionnement. Dans un second temps vous en illustrerez les avantages et les risques, en vous appuyant sur des exemples concrets.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE**

**OPTION ECONOMIE**

**PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**DUREE : 4 HEURES**

*Les deux problèmes sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.*

**PROBLEME n° 1**

E désigne l'ensemble des fonctions numériques continues définies sur  $\mathbb{R}$  ; F désigne l'ensemble des fonctions numériques continues définies sur  $\mathbb{R}$ , deux fois dérivables, de dérivée seconde continue sur  $\mathbb{R}$  ( $\mathbb{R}$  désigne l'ensemble des nombres réels).

1) Soit  $f \in E$ . On définit les fonctions  $u$  et  $v$  de la variable réelle  $x$  par :

$$u(x) = \int_0^x f(t) \cos t \, dt$$

$$v(x) = \int_0^x f(t) \sin t \, dt$$

Montrer que  $u$  et  $v$  sont dérivables et calculer leurs dérivées  $u'$  et  $v'$ .

2) On considère l'application  $T$  qui, à la fonction  $f$  de  $E$ , associe la fonction  $T_f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$T_f(x) = \int_0^x f(t) \sin(x - t) dt$$

Exprimer  $T_f$  en fonction de  $u$  et  $v$ .

Montrer que  $T_f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et que sa dérivée seconde  $T_f''$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

Etablir que  $T$  est une application linéaire de  $E$  dans  $F$  ; on notera par la suite  $N(T)$  et  $\text{Im}(T)$  respectivement le noyau et l'image de  $T$ .

3) Démontrer la relation suivante :

$$T_f + T_f'' = f$$

En déduire le noyau  $N(T)$  de l'application  $T$ , c'est-à-dire l'ensemble des fonctions  $f$  de  $E$  telles que  $T_f = 0$ .

4) On considère le sous-ensemble  $G$  de  $F$  défini par  $G = \{g : g \in F, g(0) = g'(0) = 0\}$

Montrer que  $\text{Im}(T) \subset G$ .

Soit  $g \in G$ . Calculer  $T_{g+g''}$ . En déduire alors  $\text{Im}(T)$ .

5) Montrer que  $T$  est inversible ; on notera par  $T^{-1}$  l'inverse de  $T$ .

Montrer que, pour toute fonction  $g$  de  $G$ ,  $T^{-1}(g) = g + g''$ .

6) On définit la fonction  $s$  par :  $s(x) = \sin x$ .

Calculer  $T_s$ .

Déterminer une fonction  $h$  de  $F$  telle que  $h + h'' = s$ .

## PROBLEME n° 2

On désigne par  $E$  l'espace vectoriel des fonctions numériques continues définies sur  $U = ]0, +\infty[$ . Soit  $H$  l'application qui, à toute fonction  $f$  de  $E$ , associe la fonction  $H(f) = h$  définie par :

$$H(f)(x) = h(x) = \left[ \int_0^x f(t) dt \right] / x \quad \text{si } x \neq 0$$

$$H(f)(0) = h(0) = f(0) \quad \text{si } x = 0$$

- 1) Montrer que  $h$  est continue sur  $]0, +\infty[$  et que  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = h(0)$ .
- 2) Etablir que  $H$  est un endomorphisme de  $E$ , c'est-à-dire une application linéaire de  $E$  dans  $E$ .
- 3) Démontrer que  $h$  est dérivable sur  $]0, +\infty[$ .
- 4) S'il existe un réel  $\alpha$  et une fonction non nulle  $f$  de  $E$  vérifiant  $H(f) = \alpha f$ ,  $\alpha$  sera dite valeur propre de l'application  $H$  et  $f$  sera un vecteur propre associé à la valeur propre  $\alpha$ . Montrer que 0 ne peut pas être valeur propre de  $H$ .
- 5) Soit  $\alpha \neq 0$  une valeur propre de l'application  $H$  et  $f$  un vecteur propre associé à  $\alpha$ . Démontrer que  $f$  est nécessairement dérivable sur  $]0, +\infty[$ .  
On note par  $\varphi$  la restriction à  $]0, +\infty[$  de la fonction  $f$ ,  $\varphi'$  étant la dérivée de  $\varphi$  sur  $]0, +\infty[$ .  
Montrer que l'on a la relation suivante :
$$\forall x > 0 \quad \alpha x \varphi'(x) = (1 - \alpha) \varphi(x)$$
- 6) On pose, pour  $x > 0$ ,  $g(x) = x^{(\alpha-1)/\alpha} \varphi(x)$ .  
Calculer  $g'$  ; en déduire que  $g$  est nécessairement constante sur  $]0, +\infty[$ .
- 7) Déterminer une condition nécessaire sur  $\alpha$  telle que la fonction  $\varphi$  est la restriction à  $]0, +\infty[$  d'une fonction  $f$  continue sur  $[0, +\infty[$ .
- 8) Donner les valeurs propres de  $H$  et les vecteurs propres associés.

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE**

**OPTION ECONOMIE**

**DEUXIEME EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

**DUREE : 3 HEURES**

*Les trois exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.*

**Exercice n° 1**

On définit la suite récurrente  $(u_n)$ ,  $n \geq 1$ , par :

$$u_1 = 0$$

$$\forall n \geq 2 \quad (n + 1)^2 u_n = (n - 1) u_{n-1} - n$$

- 1) Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
- 2) Montrer que, pour tout  $n \geq 1$ ,  $u_n \in [-1, 0]$ .
- 3) Montrer que la suite  $(u_n)$  admet une limite que l'on déterminera.
- 4) Montrer que,  $\forall n \geq 2$ ,  $u_n \leq -n/(n + 1)^2$  ; établir que la suite  $(u_n)$  est croissante à partir du rang  $n = 2$ .

## Exercice n° 2

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$f(x) = (1 + x^2)^{-1}$$

On désigne par  $f^{(n)}$  la dérivée d'ordre  $n$  de  $f$ .

1) Montrer que  $f^{(n)}(x) = P_n(x) (1 + x^2)^{-(n+1)}$ , où  $P_n$  est un polynôme de degré  $n$  dont tous les monômes ont des degrés de même parité que  $n$ . Calculer  $P_0$  et  $P_1$ .

2) Donner une relation simple liant  $f(x)$ ,  $f'(x)$  et  $x$ .

3) En déduire la relation E :

$$(E) \quad P_{n+1}(x) + 2(n+1)xP_n(x) + n(n+1)(1 + x^2)P_{n-1}(x) = 0$$

4) Montrer que  $P_n'(x) + n(n+1)P_{n-1}(x) = 0$

5) En déduire que le polynôme  $A$  défini par :

$$A = (1 + x^2) P_n''(x) - 2nxP_n'(x) + n(n+1)P_n(x)$$

est tel que  $A = 0$ .

## Exercice n° 3

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $] - 1, + \infty [$  par :

$$f(x) = \frac{(1+x)^{\frac{x+2}{2x}}}{e} \quad \text{si } x \neq 0$$

$$f(x) = 1 \quad \text{si } x = 0$$

1) Le symbole  $\text{Ln}$  désigne le logarithme népérien. Donner le développement limité à l'ordre 2 de la fonction  $\text{Ln}(1+x)$  au voisinage de 0.

2) Donner le développement limité à l'ordre 1 de  $f$  au voisinage de 0. Montrer que  $f$  est continue et dérivable en 0.

3) On considère la fonction  $\varphi$  définie sur  $] - 1, + \infty [$  par :

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} [1 + x - (1 + x)^{-1}] - \text{Ln}(1 + x)$$

Calculer  $f'(x)$ .

Montrer que  $f'(x) = x^{-2} \varphi(x) f(x)$ ,  $x \neq 0$ .

En déduire que  $f'$  est continue sur  $] - 1, + \infty [$ .

4) Etudier le signe de  $\varphi(x)$  pour  $x > - 1$ .

5) Démontrer que, pour  $x > - 1$ ,  $f(x) \geq 1$ .



**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE STATISTIQUE  
ET D'ECONOMIE APPLIQUEE  
ABIDJAN**

**AVRIL 2003**

**CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR STATISTICIEN ECONOMISTE**

**OPTION ECONOMIE**

**EPREUVE D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE**

**DUREE : 2 HEURES**

**Exercice n° 1**

Une des directions du ministère de l'économie reçoit une livraison de 20 postes informatiques. Afin de pouvoir dire au service comptable de payer la facture du fournisseur, n'ayant pas la possibilité matérielle de tester l'ensemble des machines fournies, le responsable décide alors de prélever un échantillon de 3 machines et vous charge de réfléchir sur les risques encourus lors de la prise de décision.

Pour fixer les idées, vous partez de l'hypothèse d'une proportion de 10% de machines défectueuses, autrement dit, la livraison comporterait avec cette hypothèse 2 machines défectueuses (ce paramètre pouvant varier de 0 à 20 si l'on veut avoir une vision complète des risques encourus).

- 1) Dans cette hypothèse, calculez, en faisant appel aux techniques de dénombrement, la probabilité d'observer sur l'échantillon zéro, une ou deux machines défectueuses.
- 2) Comment varie cette probabilité d'observer un échantillon totalement conforme (aucune machine défectueuse) en fonction du nombre réel de machines défectueuses dans la livraison ? Tracez une courbe explicitant le phénomène.

A l'examen des réponses apportées dans les questions précédentes, le responsable du ministère s'interroge sur l'opportunité de prélever un échantillon plus important que celui retenu initialement.

- 3) Sachant qu'un poste informatique est facturé 2.000 euros et que le coût d'un test de machine au sein du ministère s'élève à 200 euros, encouragez-vous le responsable du ministère à augmenter la taille de l'échantillon ? Justifiez.

## Exercice n° 2

Les ventes annuelles des paquets de cigarettes de la marque LAFUME sont fournies dans le tableau ci-après. Les hausses tarifaires de cet article prennent effet au 1<sup>er</sup> janvier. La hausse de prix du 1<sup>er</sup> janvier 1997 a été de 5%, celle du 1<sup>er</sup> janvier 1998 de 8%, celle du 1<sup>er</sup> janvier 1999 de 3% et celle du 1<sup>er</sup> janvier 2000 de 6% (ces hausses étant calculées sur la base des tarifs au 1<sup>er</sup> janvier de l'année précédente).

Il vous est demandé de calculer la série des ventes en volume (c'est à dire corrigée de l'incidence de l'inflation) en vous mettant aux conditions économiques de 1<sup>er</sup> janvier 1996.

### Vente des cigarettes LAFUME

(en millions d'euros)

Année	1996	1997	1998	1999	2000
Ventes	1000	1197	1508	1864	2538

## Exercice n° 3

A partir des tableaux joints en annexe, il vous est demandé de rédiger un article de 30 lignes maximum sur les inégalités entre les hommes et les femmes dans le domaine de l'éducation en France, en intégrant au moins 5 critères.

## Annexe 1 - Taux de scolarisation des filles et des garçons

### Filles (rentrée 2000-2001)

### Garçons (rentrée 2000-2001)

Age	primaire	secondaire	apprentis	supérieur	total	Age	primaire	secondaire	apprentis	supérieur	total
11	18,9	81,1	0,0	0,0	100,0	11	25,5	74,5	0,0	0,0	100,0
12	4,0	96,0	0,0	0,0	100,0	12	6,2	93,8	0,0	0,0	100,0
13	3,5	96,5	0,0	0,0	100,0	13	5,7	94,1	0,0	0,0	99,8
14	3,5	96,3	0,0	0,0	99,8	14	5,9	93,6	0,0	0,0	99,5
15	3,4	95,5	0,0	0,0	98,9	15	5,6	92,6	0,0	0,0	98,2
16	1,5	90,7	4,3	0,0	96,5	16	2,3	80,8	13,7	0,0	96,8
17	1,1	84,2	5,0	2,6	92,8	17	1,5	73,1	14,8	1,7	91,2
18	0,6	47,3	4,5	30,7	83,1	18	0,8	45,1	11,5	20,7	78,1
19	0,4	23,0	3,8	43,3	70,5	19	0,5	22,7	8,1	31,8	63,1
20	0,2	8,3	3,2	44,9	56,6	20	0,3	8,1	5,5	34,6	48,4
21	0,0	2,7	2,6	39,9	45,2	21	0,0	2,3	3,8	31,9	37,9
22	0,0	1,1	1,9	33,2	36,2	22	0,0	0,7	2,8	29,3	32,8
23	0,0	0,3	1,3	24,5	26,0	23	0,0	0,2	1,8	23,2	25,2
24	0,0	0,1	0,7	16,9	17,7	24	0,0	0,1	1,1	16,6	17,7
25	0,0	0,1	0,6	11,0	11,8	25	0,0	0,0	1,0	10,7	11,7
26	0,0	0,2	0,0	7,5	7,7	26	0,0	0,0	0,0	6,1	6,1
27	0,0	0,0	0,0	5,3	5,3	27	0,0	0,0	0,0	4,6	4,6
28	0,0	0,0	0,0	3,9	3,9	28	0,0	0,0	0,0	3,4	3,4
29	0,0	0,0	0,0	3,0	3,0	29	0,0	0,0	0,0	2,7	2,7

Note : On a ramené à 100 % les taux qui en diffèrent légèrement. Une surestimation de la population scolarisée du premier degré, due à des raisons techniques, est en effet observée pour certaines tranches d'âge.

Champ : France métropolitaine, tous ministères

Source : ministère de l'Education nationale, DPD.

## Annexe 2 - Taux de réussite au baccalauréat en 2000

	Présentés		Taux de réussite 2000 (en %)		
	Total	% filles	Filles	Garçons	Ensemble
<b>Baccalauréat général</b>	<b>339 380</b>	<b>56,8</b>	<b>81,8</b>	<b>77,4</b>	<b>79,9</b>
Série littéraire	74 342	81,7	81,1	76,5	80,2
Série économique et sociale	96 324	62,5	80,2	74,8	78,2
Série scientifique	168 714	42,6	83,7	78,5	80,7
<i>dont : Mathématiques</i>	50 381	39,1	87,7	83,0	84,9
<i>Sciences de la vie et de la Terre</i>	55 669	55,4	80,8	70,7	76,3
<i>Physique-Chimie</i>	48 709	40,5	84,5	79,0	81,3
<b>Baccalauréat technologique</b>	<b>193 107</b>	<b>51,1</b>	<b>81,9</b>	<b>76,2</b>	<b>79,1</b>
<b>Baccalauréat professionnel</b>	<b>117 019</b>	<b>42,5</b>	<b>80,5</b>	<b>78,2</b>	<b>79,1</b>
<b>Ensemble</b>	<b>649 506</b>	<b>52,6</b>	<b>81,6</b>	<b>77,2</b>	<b>79,5</b>

Champ : France métropolitaine et Dom

Source : ministère de l'Education nationale, DPD.

**Annexe 3 - Taux d'accueil des bacheliers généraux et technologiques dans les principales filières de l'enseignement supérieur (rentrée 2000-2001)**

	En %		
	Ensemble	Filles	Garçons
<b>Bacheliers généraux</b>	<b>94,6</b>	<b>92,5</b>	<b>97,5</b>
Université (hors IUT)	62,4	66,1	57,2
IUT	11,2	7,7	16,1
Sections de techniciens supérieurs (STS)	8,4	9,4	7,1
Classes préparatoires aux grandes écoles	12,6	9,4	17,1
<b>Bacheliers technologiques</b>	<b>73,4</b>	<b>67,2</b>	<b>80,4</b>
Université (hors IUT)	19,1	22,2	15,7
IUT	9,2	6,5	12,1
Sections de techniciens supérieurs (STS)	44,1	37,9	51,1
Classes préparatoires aux grandes écoles	1,0	0,6	1,4
<b>Bacheliers Généraux et technologiques</b>	<b>86,9</b>	<b>83,9</b>	<b>90,8</b>
Université (hors IUT)	46,8	51,2	41,1
IUT	10,5	7,3	14,5
Sections de techniciens supérieurs (STS)	21,3	19,0	24,2
Classes préparatoires aux grandes écoles	8,4	6,4	11,0

Lecture : à la rentrée 2000, 73,4% des bacheliers technologiques de l'année se sont inscrits dans l'une des principales filières post-baccalauréat, dont 19,1% à l'université hors IUT et 44,1 % en STS. Ces pourcentages incluent les inscriptions multiples d'un étudiant.

Champ : France métropolitaine et Dom.

Source : *ministère de l'Éducation nationale, DPD.*

#### Annexe 4 - Effectifs et part des femmes dans les principaux cycles universitaires (rentrée 2000-2001)

Disciplines	1 <sup>er</sup> cycle		2 <sup>ème</sup> cycle		3 <sup>ème</sup> cycle		Total	
	Effectifs (en milliers)	% de femmes	Effectifs (en milliers)	% de femmes	Effectifs (en milliers)	% de femmes	Effectifs (en milliers)	% de femmes
Administration économique et sociale	34	59,1	20	59,3	1	63,1	55	59,2
Droit, sciences politiques	90	64,0	63	62,5	31	56,6	184	62,2
Langues	81	70,6	51	79,8	6	68,0	138	73,9
Lettres, sciences du langage, arts	66	71,8	44	76,2	12	65,5	122	72,8
Médecine	36	65,6	21	55,0	50	50,2	107	56,3
Odontologie	1	52,8	3	52,0	4	41,5	8	46,4
Pharmacie	10	67,3	5	65,7	11	66,6	26	66,7
Sciences et technologie des activités physiques et sportives	26	31,8	18	32,0	1	32,6	45	31,9
Sciences de la nature et de la vie	47	59,1	29	57,6	16	49,2	92	56,9
Sciences économiques, gestion (hors AES)	85	52,9	48	50,1	24	45,4	157	50,9
Sciences et structure de la matière	74	32,4	28	39,1	13	32,9	115	34,1
Sciences et technologie, sciences pour l'ingénieur	60	13,4	62	22,8	17	21,3	139	18,6
Sciences humaines et sociales	110	67,7	95	67,1	34	56,6	239	65,9
<b>Ensemble</b>	<b>720</b>	<b>55,6</b>	<b>487</b>	<b>56,9</b>	<b>220</b>	<b>50,2</b>	<b>1 427</b>	<b>55,2</b>

Champ : France métropolitaine et DOM.

Source : ministère de l'Éducation nationale, DPD.

Regards sur la parité - édition 2002

## Annexe 5 - Diplôme le plus élevé obtenu selon l'âge

En %

	25-34 ans		35-44 ans		45-54 ans	
	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes	Hommes
Aucun diplôme ou CEP	12,0	16,1	20,4	22,8	31,4	29,1
BEPC seul	4,6	5,0	9,8	7,2	9,3	7,0
CAP, BEP ou équivalent	22,7	29,5	27,9	37,2	25,7	33,7
Baccalauréat ou brevet professionnel	18,7	17,3	15,4	10,5	12,2	9,6
Baccalauréat + 2 ans	20,5	15,7	15,3	10,1	11,8	8,0
Diplôme supérieur	18,5	14,5	10,7	11,8	9,2	12,5
Etudes en cours	3,0	2,0	0,5	0,5	0,3	0,1
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
% de bacheliers ou plus	60,7	49,5	41,9	32,8	33,6	30,2

Source : Insee, enquête Emploi 2001.

Regards sur la parité - édition 2002