

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

AVRIL 2002

VOIE B

OPTION ECONOMIE

CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice n° 1

Soit M la matrice représentant f dans la base canonique et P la matrice de passage, on a :

$$M' = P^{-1}MP = \frac{1}{14} \begin{pmatrix} -20 & -40 & 2 \\ 28 & 42 & 7 \\ 10 & -8 & 48 \end{pmatrix} \text{ avec } P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } M = \begin{pmatrix} 3 & -10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{14} \begin{pmatrix} 2 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 7 \\ 6 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Exercice n° 2

Les valeurs propres sont 3, k-1, 3-k

Si k est différent de 0, 2, 4 alors A est diagonalisable

Si k=0 alors A est non diagonalisable

Si k=2 alors A est diagonalisable

Si k=4 alors A est non diagonalisable

Exercice n° 3

A partir de la représentation graphique $y = x^2 - 2x + 2$, on peut constater et justifier que :

- Si $u_0 > 2$, la suite est croissante et non majorée donc divergente
- Si $u_0 = 2$, la suite est stationnaire donc convergente (limite égale 2)
- Si $1 < u_0 < 2$, la suite est décroissante et minorée donc convergente vers 1
- Si $u_0 = 1$, la suite est stationnaire donc convergente (limite égale 1)
- Si $0 < u_0 < 1$, la suite est décroissante à partir d'un certain rang et minorée donc convergente vers 1
- Si $u_0 = 0$, la suite est stationnaire à partir d'un certain rang donc convergente (limite égale 1)
- Si $u_0 < 0$, la suite est croissante et non majorée donc divergente

Exercice n° 4

Par intégration par partie, on montre que :

$$I_{k+1} = \frac{k+8}{k-7} I_k$$

$$I_7 = \frac{2^{15}}{15}$$

$$\text{donc } I_0 = -\frac{7! \cdot 7!}{15!} 2^{15}$$

Exercice n° 5

En utilisant les développements limités de $(1+x)^m$, de e^x et de $(1+bx)^{-1}$, on obtient le développement limité de la fonction f au voisinage de zéro :

$$f(x) = (1+b-a)x + \left(\frac{1}{2} - b^2 + ab\right)x^2 + \left(\frac{1}{6} + b^3 - ab^2\right)x^3 + x^3\mathcal{E}(x)$$

Pour que le DL soit le d'ordre le plus élevé possible, il faut que :

$$1+b-a=0 \text{ et } \frac{1}{2} - b^2 + ab = 0$$

$$\text{On trouve alors } a = \frac{1}{2} \text{ et } b = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) \text{ est alors égal (au voisinage de 0) à } -\frac{1}{12}x^3 + x^3\mathcal{E}(x)$$

CONCOURS D'ELEVE INGENIEUR DES TRAVAUX STATISTIQUES

AVRIL 2002

VOIE B

OPTION ECONOMIE

CORRIGE DE L'EPREUVE D'ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

Exercice n° 1

1) La moyenne est égale à 71 minutes et la médiane à 70 minutes. La moyenne est la durée qu'auraient tous les voyages s'ils avaient la même durée. La médiane est la valeur de la variable qui coupe la population en 2 : 50% des voyages durent en réalité moins de 70 minutes, 50% des voyages plus de 70 minutes.

2) Par interpolation linéaire, le 1er quartile qui correspond à une fréquence cumulée de 25% est égal à 62 minutes. De la même façon, le 3ème quartile qui correspond à une fréquence cumulée de 75% est égal à 78,1 minutes. En conséquence, l'écart interquartile est de 16,1 minutes.

En calculant la variance, on obtient l'écart type qui est égal à 17,4 minutes.

3) La moyenne est égale à 13h30 et la médiane également.

4) L'écart interquartile est égal à 7h30mn.

5) La probabilité que M.Dubus arrive à sa destination avant 9 heures est de 75,4%

Dans l'hypothèse où M.Dubus ne peut prendre son bus qu'à 8h10, la probabilité qu'il arrive à sa destination avant 9 heures est de 8,5%

6) L'heure limite à laquelle son autobus devra partir pour que M.Dubus soit à l'heure, compte tenu de ce risque de 10%, est 6h50.

Exercice n° 2

Il n'y a pas de corrigé type pour cet exercice mais on pouvait évoquer :

- que les PIB régionaux ont augmenté en moyenne de 1,9% par an ;
- que cette augmentation s'est faite plutôt sur la période 1982-1989 (2,5% sur cette période) ;
- que la région Ile-de-France a un poids considérable par rapport aux autres régions ;
- que cette région continue à accroître son écart avec les autres (29% en 1996 contre 27% en 1982) ;
- que 9 régions ont un taux annuel de croissance du PIB supérieur à 2% ;
- que 3 régions (Ile-de-France, Rhône-Alpes, Provence-Alpes-Côte d'Azur) représentent plus de 45% du PIB national de la France métropolitaine ;
- que la "richesse" de la région Ile-de-France se justifie notamment par le fait que le ratio Emploi/habitant est élevé ;
- en termes de PIB par habitant, l'Alsace et la Haute-Normandie arrivent en tête des régions de province ;
- que le PIB par habitant et le PIB par emploi de la province régressent ;
-